

Hong Kong Mathematics Olympiad (1998 – 99)

Final Event 1 (Group)

香港數學競賽 (1998 – 99)

決賽項目 1 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

- (i) 設 $x \square y = x + y - xy$ ，其中 x, y 為實數。若 $a = 1 \square (0 \square 1)$ ，求 a 之值。

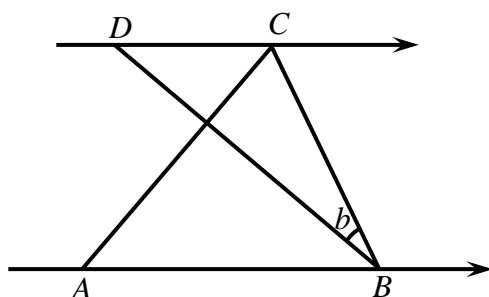
Let $x \square y = x + y - xy$, where x, y are real numbers. If $a = 1 \square (0 \square 1)$, find the value of a .

$a =$

- (ii) 在圖一， AB 平行 DC ， $\angle ACB$ 為一直角， $AC = CB$ 及 $AB = BD$ 。
若 $\angle CBD = b$ ，求 b 之值。

In Figure 1, AB is parallel to DC , $\angle ACB$ is a right angle, $AC = CB$ and $AB = BD$. If $\angle CBD = b$, find the value of b .

$b =$



圖一

Figure 1

- (iii) 設 x, y 為非零實數。若 x 是 y 的 250%，而 $2y$ 是 x 的 $c\%$ ，求 c 之值。

Let x, y be non-zero real numbers. If x is 250% of y and $2y$ is $c\%$ of x , find the value of c .

$c =$

(iv) 若 $\log_p x = 2$, $\log_q x = 3$, $\log_r x = 6$ 及 $\log_{pqr} x = d$, 求 d 之值。

If $\log_p x = 2$, $\log_q x = 3$, $\log_r x = 6$ and $\log_{pqr} x = d$, find the value of d .

$d =$

Hong Kong Mathematics Olympiad (1998 – 99)

Final Event 2 (Group)

香港數學競賽 (1998 – 99)

決賽項目 2 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

- (i) 若 $a = x^4 + x^{-4}$ 及 $x^2 + x + 1 = 0$ ，求 a 之值。

If $a = x^4 + x^{-4}$ and $x^2 + x + 1 = 0$, find the value of a .

$a =$

- (ii) 若 $6^b + 6^{b+1} = 2^b + 2^{b+1} + 2^{b+2}$ ，求 b 之值。

If $6^b + 6^{b+1} = 2^b + 2^{b+1} + 2^{b+2}$, find the value of b .

$b =$

- (iii) 設 c 為質數。若 $11c + 1$ 是一正整數之平方，求 c 之值。

Let c be a prime number. If $11c + 1$ is the square of a positive integer, find the value of c .

$c =$

- (iv) 設 d 為奇質數。若 $89 - (d + 3)^2$ 是一整數之平方，求 d 之值。

Let d be an odd prime number. If $89 - (d + 3)^2$ is the square of an integer, find the value of d .

$d =$

Hong Kong Mathematics Olympiad (1998 – 99)

Final Event 3 (Group)

香港數學競賽 (1998 – 99)

決賽項目 3 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

- (i) 設 a 為 100 以內所有既是平方數亦是立方數的正整數之個數。求 a 之值。

Let a be the number of positive integers less than 100 such that they are both square and cubic numbers. Find the value of a .

$a =$

- (ii) 數列 $\{a_k\}$ 之定義如下：

$$a_1 = 1, a_2 = 1, \text{ 而 } a_k = a_{k-1} + a_{k-2} \quad (k > 2).$$

若 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 11a_b$ ，求 b 之值。

The sequence $\{a_k\}$ is defined as :

$$a_1 = 1, a_2 = 1 \text{ and } a_k = a_{k-1} + a_{k-2} \quad (k > 2).$$

If $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 11a_b$, find the value of b .

$b =$

- (iii) 若 c 是 $\log(\sin x)$ 的最大值，其中 $0 < x < \pi$ ，求 c 之值。

If c is the maximum value of $\log(\sin x)$, where $0 < x < \pi$, find the value of c .

$c =$

- (iv) 已知 $x + y = 18$ 。若 $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ 的最大值為 d ，求 d 之值。

Given that $x + y = 18$. If the maximum value of $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ is d , find the value of d .

$d =$

Hong Kong Mathematics Olympiad (1998 – 99)

Final Event 4 (Group)

香港數學競賽 (1998 – 99)

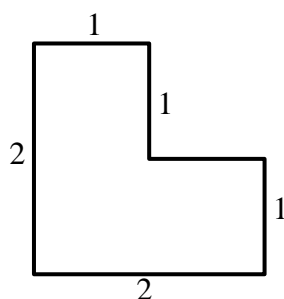
決賽項目 4 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

- (i) 若以 a 塊 L 形的瓷磚 (如圖二)，不重疊地拼出一幅與之相似，但面積較大的圖形，求 a 的最小的可能數值。

If a tiles of L-shape are used to form a larger similar figure (see Figure 2) without overlapping, find the least possible value of a .



圖二

Figure 2

$a =$

- (ii) 設 α, β 是 $x^2 + bx - 2 = 0$ 的根，其中 b 為整數。若 $\alpha > 1$ 及 $\beta < -1$ ，求 b 之值。

Let α, β be the roots of $x^2 + bx - 2 = 0$. If $\alpha > 1$ and $\beta < -1$, find the value of b .

$b =$

- (iii) 已知 m, c 是小於 10 的正整數。若 $m = 2c$ ，且 $0.\dot{m}\dot{c} = \frac{c+4}{m+5}$ ，求 c 之值。

Given that m, c are positive integers less than 10. If $m = 2c$ and

$0.\dot{m}\dot{c} = \frac{c+4}{m+5}$, find the value of c .

$c =$

(iv) 一個袋子裏有 d 個球，其中 x 個是黑球， $x+1$ 是紅球， $x+2$ 個是白球。

若從袋子裏隨機抽出一個黑球的概率是小於 $\frac{1}{6}$ ，求 d 之值。

A bag contains d balls of which x are black, $x+1$ are red and $x+2$ are white. If the probability of drawing a black ball randomly from the bag is less than $\frac{1}{6}$, find the value of d .

$d =$

Hong Kong Mathematics Olympiad (1998 – 99)

Final Event 5 (Group)

香港數學競賽 (1998 – 99)

決賽項目 5 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

- (i) 若 $x^2 - 2x - P = 0$ 的兩根之差為 12，求 P 之值。

If the roots of $x^2 - 2x - P = 0$ differ by 12, find the value of P .

$P =$

- (ii) 已知 $x^2 + ax + 2b = 0$ 和 $x^2 + 2bx + a = 0$ 皆有實根，其中 $a, b > 0$ 。若 $a + b$ 的最小值為 Q ，求 Q 之值。

Given that the roots of $x^2 + ax + 2b = 0$ and $x^2 + 2bx + a = 0$ are both real and $a, b > 0$. If the minimum value of $a + b$ is Q , find the value of Q .

$Q =$

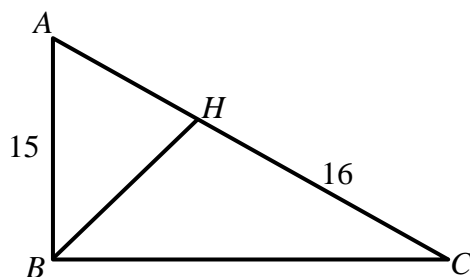
- (iii) 若 $R^{2000} < 5^{3000}$ ，其中 R 為正整數，求 R 的最大值。

If $R^{2000} < 5^{3000}$, where R is a positive integer, find the largest value of R .

$R =$

- (iv) 在圖三， $\triangle ABC$ 為一直角三角形，且 $BH \perp AC$ 。若 $AB = 15$ ， $HC = 16$ ，且 $\triangle ABC$ 的面積為 S ，求 S 之值。

In Figure 3, $\triangle ABC$ is a right-angle triangle and $BH \perp AC$. If $AB = 15$, $HC = 16$ and the area of $\triangle ABC$ is S , find the value of S .



圖三

Figure 3

$S =$